

## Unidad 1: NUMEROS REALES

### Ejercicio nº 1.-

Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o reales:

$$-3 \quad 2,7 \quad \frac{3}{7} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{7} \quad \sqrt[3]{9} \quad 1,020020002\dots$$

### Ejercicio nº 2.-

Expresa en forma de potencia los siguientes radicales y simplifica:

$$\text{a) } \sqrt[3]{a^2} \cdot (\sqrt{a})^5 \quad \text{b) } \sqrt[4]{7^5} : \sqrt{7}$$

### Ejercicio nº 3.-

Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$\log_3 \sqrt{27} - \log_4 1$$

### Ejercicio nº 4.-

Expresa en forma de intervalo los números que verifican:

$$|x - 4| \leq 2$$

### Ejercicio nº 5.-

Calcula y simplifica:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{5}{7}} \sqrt{\frac{343}{125}} \quad \text{b) } \sqrt{45} - 3\sqrt{125} \quad \text{c) } \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$$

### Ejercicio nº 6.-

Calcula y expresa el resultado en notación científica con tres cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al dar dicha aproximación.

$$\frac{3,7 \cdot 10^{12} - 4,2 \cdot 10^{11} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}}$$

**Ejercicio nº 7.-**

Opera con la calculadora:

a)  $\sqrt[6]{15625}$       b)  $(3,28 \cdot 10^9 + 4,25 \cdot 10^{15}) : (2,7 \cdot 10^3)$       c)  $\log_3 25$

**Ejercicio nº 8.-**

Cinco obreros han puesto una valla de 300 m, y han tardado 10 días. ¿Cuántos días tardarán 7 obreros en poner una valla de 210 m?

**Ejercicio nº 9.-**

Calcula y simplifica.

a)  $3\sqrt[3]{125x^4} - 7\sqrt[3]{5x^7} + x^2\sqrt[3]{625x}$

b)  $(2\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$

**Ejercicio nº 10.-**

Comprueba que:

$$\frac{\log 10a - \log \sqrt{100a}}{\log \sqrt[3]{a^2}} = \frac{3}{4}$$

**Ejercicio nº 11.-**

En una población el número de hombres que practican baloncesto coincide con el número de mujeres que juegan al pádel. Sabiendo que 5/8 de los hombres juegan al baloncesto y 4/7 de las mujeres al pádel, calcula la proporción de habitantes que no practican estos deportes.

## Unidad 2: ARITMÉTICA MERCANTIL

### Ejercicio nº 1.-

Por un artículo que estaba rebajado un 12 % hemos pagado 26,4 euros. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

### Ejercicio nº 2.-

El precio sin I.V.A. de un determinado medicamento es de 15 euros.

- Sabiendo que el I.V.A. es del 4%, ¿cuánto costará con I.V.A.?
- Con receta médica solo pagamos el 40% del precio total. ¿Cuánto nos costaría este medicamento si lo compráramos con receta?

### Ejercicio nº 3.-

Calcula en cuánto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 meses al 7% anual (los periodos de capitalización son mensuales).

### Ejercicio nº 4.-

Durante 4 años, depositamos al principio de cada año 1 000 euros al 5% con pago anual de intereses. ¿Cuánto dinero tendremos acumulado al final del cuarto año?

### Ejercicio nº 5.-

Halla la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 40 000 euros en 5 años al 12% anual.

### Ejercicio nº 6.-

En una oposición, el 35% de los candidatos no pasa la primera fase. De los que sí la pasan, aprueban la oposición el 25%. En total aprueban 39 personas. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántas personas se han presentado a dicha prueba?

### Ejercicio nº 7.-

Pablo contrata un plan de pensiones a los 36 años, con cuotas mensuales de 95 € al 6,6% anual, con periodos de capitalización mensuales. Calcula el capital que tendrá a los 65 años.

### Ejercicio nº 8.-

Una familia recibe un préstamo por valor de 54 000 €, al 6% anual. Lo amortizan pagando semestralmente una cuota de 6 330,45 €. Calcula el tiempo que tardan en saldar la deuda.

**Ejercicio nº 9.-**

En la tabla siguiente se muestra el sueldo de un trabajador y las subidas del IPC en los últimos años:

	Salario (€)	Variación del IPC (%)
2010	759,96	3
2011	769,8	2,4
2012	769,8	2,9
2013	774,6	

- a) ¿Qué porcentaje de subida ha tenido el sueldo del trabajador en estos años?  
b) ¿Cuál ha sido la subida acumulada del IPC?  
c) ¿Cómo ha variado su poder adquisitivo? ¿Ha ganado o ha perdido?

**Unidad 3: ÁLGEBRA**

**Ejercicio nº 1.-**

a) Opera y simplifica:

$$\left(\frac{2}{3}x + 2\right)^2 - (3x^2 + 2x - 1)$$

b) Calcula el cociente y el resto de la división:

$$(2x^3 - 3x^2 + 2) : (x^2 + 1)$$

**Ejercicio nº 2.-**

a) Calcula el valor numérico de  $P(x) = 14x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 5x + 7$  para  $x = 1$ .

b) ¿Es divisible el polinomio anterior,  $P(x)$ , entre  $x - 1$ ?

**Ejercicio nº 3.-**

Descompón en factores el siguiente polinomio:

$$x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$$

**Ejercicio nº 4.-**

Simplifica:

$$\frac{x^3 - x}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$

**Ejercicio nº 5.-**

Opera y simplifica:

$$\frac{2x}{x-2} + \frac{3x-1}{x+2} - \frac{1}{x^2-4}$$

**Ejercicio nº 6.-**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x^2}{2} - 4x = 3 + \frac{x^2 - 12}{4}$

b)  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

**Ejercicio nº 7.-**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\sqrt{3x-3} + x = 7$

b)  $\frac{2}{x-1} - \frac{x-2}{x+1} = \frac{3}{4}$

**Ejercicio nº 8.-**

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $\log x + \log 10 = 3$

b)  $4^x - 2 \cdot 4^{x+1} + 14 = 0$

**Ejercicio nº 9.-**

Resuelve la siguiente ecuación:

$$x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$$

**Ejercicio nº 10.-**

En un examen tipo test, que constaba de 40 preguntas, era obligatorio responder a todas. Cada pregunta acertada se valoró con un punto, pero cada fallo restaba medio punto. Sabiendo que la puntuación total que obtuvo Pablo fue de 32,5 puntos, ¿cuántas preguntas acertó?

**Ejercicio nº 11.-**

Resuelve analíticamente el siguiente sistema de ecuaciones e interpreta gráficamente la solución:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y}{2} = 2 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 12.-**

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ \sqrt{x} - y = -3 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 13.-**

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \log(2x) - \log y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 14.-**

Resuelve, aplicando el método de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y - z = 6 \\ x + 2y + 2z = -2 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 15.-**

En una empresa obtienen 6 euros de beneficio por cada envío que hacen; pero si el envío es defectuoso, pierden por él 8 euros. En un día hicieron 2 100 envíos, obteniendo 9 688 euros de beneficio. ¿Cuántos envíos válidos y cuántos defectuosos hicieron ese día?

**Ejercicio nº 16.-**

Resuelve e interpreta gráficamente la siguiente inecuación:

$$-2x + 4 \leq -2$$

**Ejercicio nº 17.-**

Resuelve:

a)  $x^2 - 3x \geq 0$                       b)  $x^2 - 6x + 8 > 0$

**Ejercicio nº 18.-**

Resuelve gráficamente:  $2x + y \leq 3$

**Ejercicio nº 19.-**

Resuelve:

a)  $\sqrt{x+2} + \sqrt{4x+3} = \frac{7}{2}$

b)  $4x^4 + 4x^3 - 17x^2 - 9x + 18 = 0$

**Ejercicio nº 20.-**

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{4y+2x} = \sqrt{3y+x} - 1 \\ y+x = -5 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 21.-**

Un grupo de amigos tiene que pagar una factura de 500 euros. Si fueran dos amigos más, cada uno de ellos tendría que pagar 12,5 euros menos. ¿Cuántos amigos son?

**Ejercicio nº 22.-**

Justifica que el siguiente sistema de ecuaciones es incompatible. Utiliza el método de Gauss.

$$\begin{cases} x+y-z=5 \\ 2x-y+z=-2 \\ x-2y+2z=3 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 23.-**

Resuelve gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} 3x+y \leq 6 \\ x+y \geq 4 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\}$$

**Ejercicio nº 24.-**

Julia y Sergio han comenzado a coleccionar sellos. Julia tiene 9 sellos menos que Sergio. ¿Cuántos sellos puede tener Julia si sabemos que el triple de sus sellos es mayor que el doble de sellos de Sergio?

**Ejercicio nº 25.-**

Resuelve:  $\frac{x-2}{x+4} \leq 0$

## Unidad 4: FUNCIONES ELEMENTALES

### Ejercicio nº 1.-

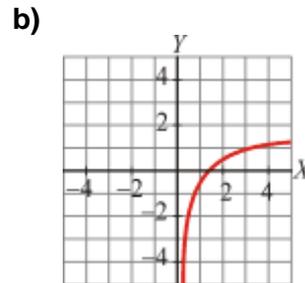
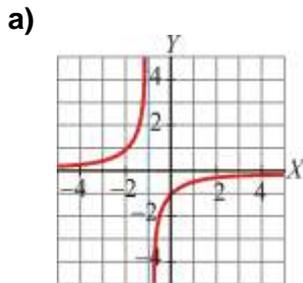
Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b)  $y = \sqrt{x - 2}$

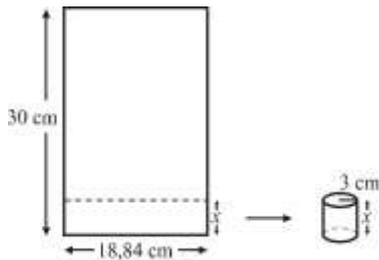
### Ejercicio nº 2.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:



### Ejercicio nº 3.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura  $x$ :



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28,26x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

**Ejercicio nº 4.-**

Asocia a cada gráfica su ecuación:

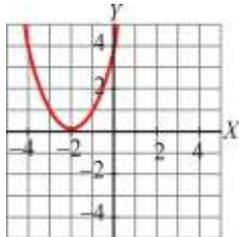
a)  $y = -3x + 5$

b)  $y = (x + 2)^2$

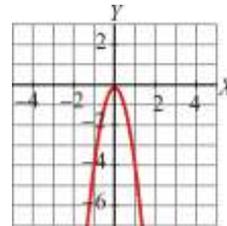
c)  $y = -\frac{3}{2}x - 1$

d)  $y = -4x^2$

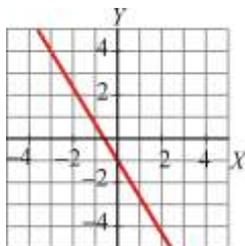
I)



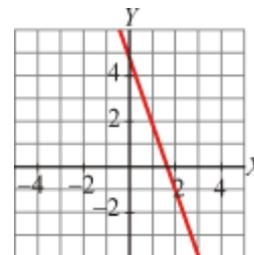
II)



III)



IV)



**Ejercicio nº 5.-**

Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

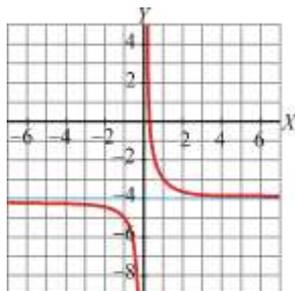
a)  $y = \frac{1}{x+4}$

b)  $y = \sqrt{x-1}$

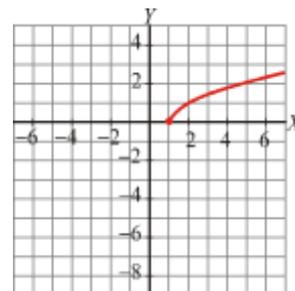
c)  $y = \frac{1}{x} - 4$

d)  $y = \sqrt{2-x}$

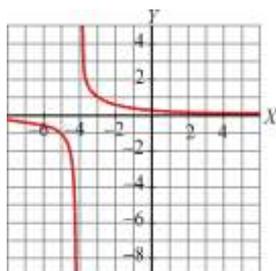
I)



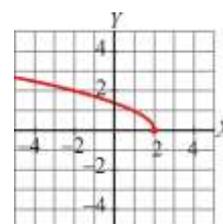
II)



III)

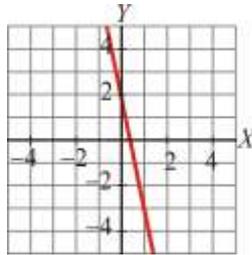


IV)



**Ejercicio nº 6.-**

Escribe la ecuación de la recta cuya gráfica es la siguiente:



**Ejercicio nº 7.-**

Si consumimos  $60 \text{ m}^3$  de gas tendremos que pagar un recibo de 71,90 euros, y por un consumo de  $80 \text{ m}^3$  tendríamos que pagar 87,10 euros. ¿Cuál sería el precio del recibo si consumiéramos  $70 \text{ m}^3$  de gas? ¿Y si se consumen  $100 \text{ m}^3$ ?

**Ejercicio nº 8.-**

Representa gráficamente la función:

$$y = -3x^2 + 12x - 9$$

**Ejercicio nº 9.-**

Representa gráficamente la función  $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ .

**Ejercicio nº 10.-**

Representa gráficamente la función  $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ .

**Ejercicio nº 11.-**

Representa gráficamente:

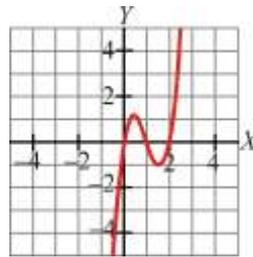
$$y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 12.-**

Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2 550 gramos. Escribe la función que nos da el peso total, en kilos, del cántaro según la cantidad de agua, en litros, que contiene.

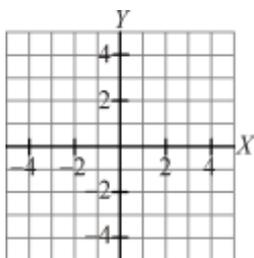
**Ejercicio nº 13.-**

La siguiente gráfica corresponde a la función  $y = f(x)$ :

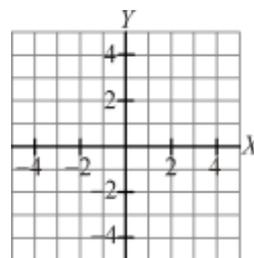


A partir de ella, representa:

a)  $y = f(x) - 3$

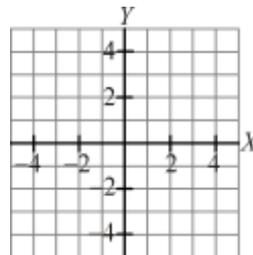
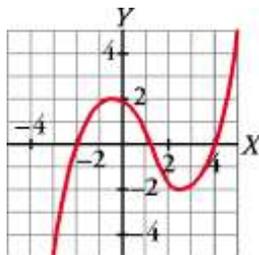


b)  $y = f(x + 2)$



**Ejercicio nº 14.-**

Sabiendo que la gráfica de  $y = f(x)$  es la de la izquierda, representa la gráfica de  $y = |f(x)|$ .



**Ejercicio nº 15.-**

Define como función "a trozos":

$$y = |2x + 4|$$

**Ejercicio nº 16.-**

Calcula el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{-2x^3 - x}$ .

**Ejercicio nº 17.-**

Representa la función:

$$y = \sqrt{x+1} - 2$$

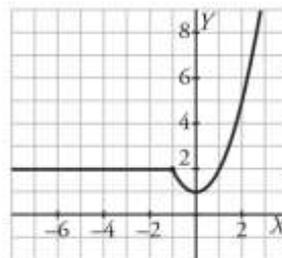
**Ejercicio nº 18.-**

Representa la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 19.-**

Obtén la expresión analítica de la siguiente función:



**Ejercicio nº 20.-**

El precio del metro cuadrado de cierto material plástico depende de la cantidad comprada,  $x$ , y viene definida por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 15 - 0,10x & \text{si } 0 \leq x \leq 30 \\ 12 - 0,05(x - 30) & \text{si } 30 < x < 100 \\ 8,5 - 0,02(x - 100) & \text{si } 100 \leq x \leq 300 \end{cases}$$

- Representa gráficamente la función.
- Si se compran  $200 \text{ m}^2$ , ¿cuál será el precio que se paga por metro cuadrado?
- Para conseguir un precio inferior a  $9 \text{ €/m}^2$ , ¿cuántos metros, como mínimo, se han de comprar?

## Unidad 5: FUNCIONES EXPONENCIALES, LOGARÍTMICAS Y TRIGONOMÉTRICAS

### Ejercicio nº 1.-

Dadas las funciones  $f(x) = 2x^2 - 1$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , calcula:

a)  $(f \circ g)(x)$

b)  $(g \circ f)(x)$

### Ejercicio nº 2.-

Con las funciones:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

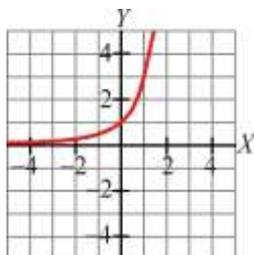
hemos obtenido, por composición, estas otras:

$$p(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{y} \quad q(x) = \frac{1}{x^2} + 1$$

Explica cómo, a partir de  $f$  y  $g$ , se pueden obtener  $p$  y  $q$ .

### Ejercicio nº 3.-

La siguiente gráfica corresponde a la función  $y = f(x)$ :



a) Calcula  $f^{-1}(3)$  y  $f^{-1}(1)$ .

b) Representa, en los mismos ejes,  $f^{-1}(x)$  a partir de la gráfica de  $f(x)$ .

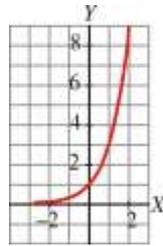
### Ejercicio nº 4.-

Halla la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2x - 1}{3}$$

**Ejercicio nº 5.-**

Observa la siguiente gráfica:



- a) Halla la expresión analítica de la función correspondiente.
- b) Indica cuál es su dominio de definición y estudia la continuidad y el crecimiento de la función.

**Ejercicio nº 6.-**

Representa gráficamente la siguiente función:  $y = 3^{x+1}$

**Ejercicio nº 7.-**

Dibuja la gráfica de:  $y = 1 - \log_2 x$

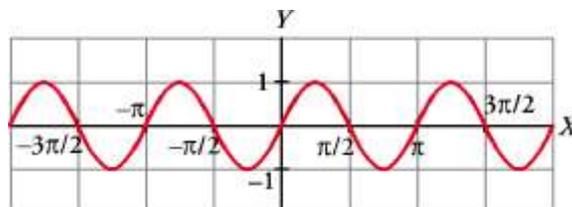
**Ejercicio nº 8.-**

Colocamos en una cuenta 2 000 euros al 3 % anual.

- a) ¿Cuánto dinero tendremos en la cuenta al cabo de un año? ¿Y dentro de 4 años?
- b) Halla la expresión analítica que nos da la cantidad de dinero que tendremos en la cuenta en función del tiempo transcurrido (en años).

**Ejercicio nº 9.-**

Considera la siguiente gráfica:



- a) ¿Cuál de estas expresiones analíticas le corresponde?

$y = \text{sen } 2x$

$y = 2\text{sen } x$

$y = \text{cos } 2x$

$y = \text{tg } 2x$

- b) ¿Cuál es su dominio de definición?
- c) ¿Es una función continua?
- d) ¿Cuál es su periodo?
- e) ¿Qué valores mínimo y máximo alcanza?

**Ejercicio nº 10.-**

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = 2 \operatorname{sen} x + 1$$

**Ejercicio nº 11.-**

Dadas las funciones  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  y  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ . Calcula  $(f \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$ .

¿Qué relación hay entre  $f(x)$  y  $g(x)$ ?

**Ejercicio nº 12.-**

Calcula la función inversa de las siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{2x-1}$

b)  $y = \frac{3x}{x-2}$

**Ejercicio nº 13.-**

La gráfica de la función  $y = ka^x$  pasa por los puntos  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  y  $(1, 8)$ . Calcula  $k$  y  $a$  y di si se trata de una función creciente o decreciente.

**Ejercicio nº 14.-**

Halla  $a$  y  $b$  para que la gráfica de la función  $y = 2 + \log_b(x + a)$  pase por  $(1, 3)$  y  $(0, 2)$ .

**Ejercicio nº 15.-**

En el contrato de trabajo de un empleado figura que su sueldo subirá un 5 % anual. Si empieza cobrando 15 200 €:

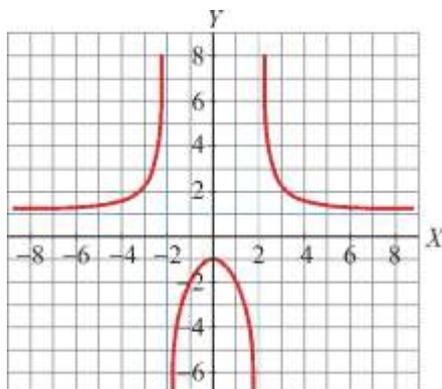
a) Halla la expresión analítica que nos da su sueldo en función de los años trabajados.

b) ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse su sueldo?

## Unidad 6: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD Y RAMAS INFINITAS

### Ejercicio nº 1.-

Sobre la gráfica de  $f(x)$ , halla:



a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

### Ejercicio nº 2.-

Representa gráficamente los siguientes resultados:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

### Ejercicio nº 3.-

Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - 9}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{x-1}$

### Ejercicio nº 4.-

Calcula el límite de la siguiente función en el punto  $x = 3$  y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

### Ejercicio nº 5.-

Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

**Ejercicio nº 6.-**

Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4)$                       b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

**Ejercicio nº 7.-**

Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4}$                       b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3}$

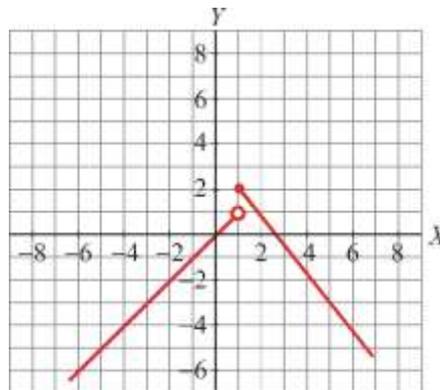
**Ejercicio nº 8.-**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 0 \\ x + 6, & x \geq 0 \end{cases}$ , calcula:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$                       b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$                       c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$                       d)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

**Ejercicio nº 9.-**

La siguiente gráfica corresponde a la función  $f(x)$ :



Di si es continua o no en  $x = 1$  y en  $x = 2$ . Si en alguno de los puntos no es continua, indica cuál es la causa de la discontinuidad.

**Ejercicio nº 10.-**

Averigua si la siguiente función es continua:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq \\ x + 2 & \text{si } x > \end{cases}$$

**Ejercicio nº 11.-**

Estudia la continuidad de la función  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$ .

**Ejercicio nº 12.-**

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$$

**Ejercicio nº 13.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow -\infty$  y  $x \rightarrow +\infty$  de la siguiente función y representa los resultados obtenidos:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$$

**Ejercicio nº 14.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1}$$

**Ejercicio nº 15.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

**Ejercicio nº 16.-**

La siguiente función tiene una asíntota oblicua. Hállala y sitúa la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

**Ejercicio nº 17.-**

Dada la función  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ , halla sus asíntotas y sitúa la curva con respecto a ellas.

**Ejercicio nº 18.-**

Estudia y representa las ramas infinitas y las asíntotas de la función:

$$f(x) = 3^x + 1$$

**Ejercicio nº 19.-**

Halla el valor de los límites con ayuda de la calculadora:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{5x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{5x}{2x+1} \right)^{\frac{x^2-3}{x}} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 4^{-x})$$

**Ejercicio nº 20.-**

Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2x-1}{2} & \text{si } 1 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 21.-**

Halla las asíntotas y ramas infinitas de la función y sitúa la curva con respecto a ellas:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^{x+2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

**Ejercicio nº 22.-**

Los gastos mensuales de una familia en alimentación y ropa dependen de sus ingresos  $x$ . Así:

$$f(x) = \begin{cases} 0,5x + k & \text{si } 0 \leq x \leq 1200 \\ \frac{1000x}{x+300} & \text{si } x > 1200 \end{cases}$$

con  $x$  y  $f(x)$  dados en euros.

a) Calcula el valor de  $k$  para que los gastos sean continuos.

b) Calcula el límite de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow +\infty$  y explica su significado.

## Unidad 7: DERIVADAS

### Ejercicio nº 1.-

Halla la tasa de variación media de la siguiente función en el intervalo  $[1, 2]$  e indica si  $f(x)$  crece o decrece en ese intervalo.

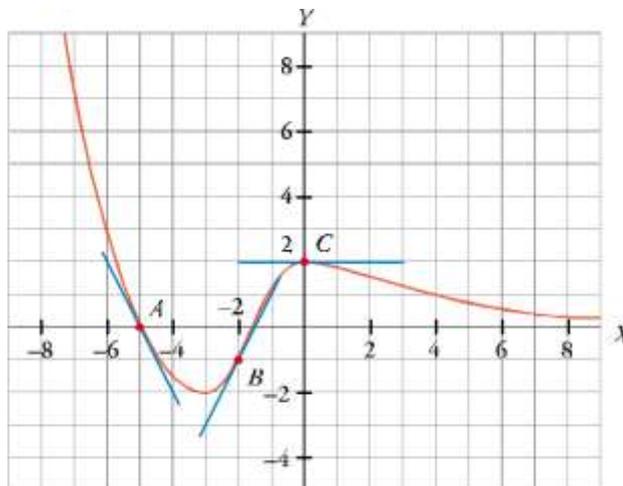
$$f(x) = 2x^2 - 3x$$

### Ejercicio nº 2.-

En la siguiente gráfica se ha trazado las tangentes en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

a) Halla sus pendiente y di el valor de  $f'(-5)$ ,  $f'(-2)$  y  $f'(-0)$ .

b) Di para que valores de  $x$  la derivada es positiva.



### Ejercicio nº 3.-

Halla la derivada de la siguiente función en  $x = 1$ , aplicando la definición de derivada:

$$f(x) = x^2 + 1$$

### Ejercicio nº 4.-

Halla la función derivada de:

a)  $f(x) = 3x^4 - 2x + 5$

b)  $f(x) = e^x$

### Ejercicio nº 5.-

Halla la función derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$

b)  $f(x) = xe^x$

**Ejercicio nº 6.-**

Halla la función derivada de:  $f(x) = (3x^2 + x)^4$

**Ejercicio nº 7.-**

Halla la ecuación de la recta tangente a la curva  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio nº 8.-**

Halla los puntos de tangente horizontal de la siguiente función y, con ayuda de las ramas infinitas, decide si son máximos o mínimos:

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$$

**Ejercicio nº 9.-**

Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la siguiente función:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

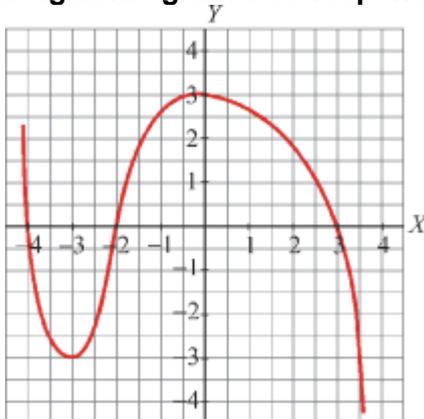
**Ejercicio nº 10.-**

Representa una función polinómica  $f(x)$ , de la que sabemos que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- Su derivada es 0 en  $(-2, -2)$  y en  $(0, 2)$ .
- Corta los ejes en  $(-3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$  y  $(0, 2)$ .

**Ejercicio nº 11.-**

La siguiente gráfica corresponde a la función  $f(x)$ . A partir de ella, indica:



- Máximos y mínimos.
- Puntos de corte con los ejes.
- Ramas infinitas.
- Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

**Ejercicio nº 12.-**

Estudia y representa la siguiente función:  $f(x) = x^3 + 3x^2$

**Ejercicio nº 13.-**

Estudia y representa la siguiente función:

$$f(x) = \frac{3x}{x-2}$$

**Ejercicio nº 14.-**

Estudia y representa la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^3}{x-2}$$

**Ejercicio nº 15.-**

Estudia y representa la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

**Ejercicio nº 16.-**

Halla derivada de la función  $f(x) = x^2 + 1$  aplicando la definición de derivada.

**Ejercicio nº 17.-**

Aplica las propiedades de los logaritmos para derivar la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

**Ejercicio nº 18.-**

Calcula el punto de corte de las tangentes a las curvas  $f(x) = \frac{1}{x}$  y  $g(x) = x^3 - 3x + 1$  en  $x = -1$ .

**Ejercicio nº 19.-**

La inversión que se realiza anualmente en una empresa se ajusta a la función

$$f(x) = \frac{50x}{x^2 + 1}$$

donde  $f(x)$  viene dado en miles de euros y  $x$  es el número de años.

- a) Representa la función teniendo en cuenta el contexto del problema.
- b) ¿En qué momento la inversión es máxima? ¿Qué cantidad se invierte?
- c) ¿Llegará un momento en que no se realice ninguna inversión?

**Unidad 8: DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES**

**Ejercicio nº 1.-**

Se ha medido el número medio de horas de entrenamiento a la semana de un grupo de 10 atletas y el tiempo, en minutos, que han hecho en una carrera, obteniendo los siguientes resultados:

Horas de entrenamiento	5	6	6	5	8	6	8	10	7	4
Tiempo carrera (min)	30	23	24	24	22	21	24	20	23	28

Representa los datos mediante una nube de puntos y di cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,71; -0,71; 0,45; -0,32.

**Ejercicio nº 2.-**

En un reconocimiento médico a los niños de un colegio, se les ha pesado, y se les ha medido. Aquí tienes los datos de los primeros seis niños:

Estatura (cm)	120	110	140	130	125	115
Peso (kg)	25	30	35	25	20	20

Calcula el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las dos variables?

Comprueba el resultado con la calculadora.

**Ejercicio nº 3.-**

Se ha estudiado en distintas marcas de yogures naturales el porcentaje de grasa que contenían, así como las kilocalorías por envase. Estos son los resultados obtenidos en seis de ellos:

X: Grasa (%)	2,2	2	1,9	3,1	3	2
Y: Kcal/envase	64	55	58	79	65	52

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.

b) Calcula  $\hat{y}(2,5)$  e  $\hat{y}(10)$ . ¿Son válidas estas estimaciones? (Sabemos que  $r = 0,85$ ).

Comprueba el resultado con la calculadora.

**Ejercicio nº 5.-**

Los datos de la tabla reflejan la puntuación obtenida por 75 alumnos en una prueba teórica "x" y en una práctica "y" de un examen de matemáticas. Calcula el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$		1	2	3	4	5
1		4	2	1	0	0
2		7	3	1	0	1
3		2	4	6	5	3
4		1	3	5	8	10
5		0	1	2	4	2

Máxima puntuación que se puede conseguir en cada prueba: 5

Comprueba los resultados con la calculadora.

**Ejercicio nº 6.-**

De una distribución bidimensional conocemos los siguientes datos:

· Recta de regresión de Y sobre X:  $y = 0,95x + 0,97$

· Coeficiente de correlación:  $r = 0,98$

• Media de x:  $\bar{x} = 5,4$

a) Calcula la recta de regresión de X sobre Y.

b) Estima el valor de y para  $x = 6$  y para  $x = 15$ . ¿Qué estimación te parece más fiable?

## Unidad 9: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLE DISCRETA

### Ejercicio nº 1.-

Lanzamos al aire tres monedas que no están equilibradas con probabilidad  $1/3$  de obtener cara y  $2/3$  de obtener cruz. Calcula la probabilidad de:

- Obtener tres cruces.
- Obtener dos caras y una cruz.
- Obtener, al menos una cara.

### Ejercicio nº 2.-

Tenemos una urna A con 3 bolas blancas, 2 azules y 1 roja, y una urna B con 3 bolas rojas, 1 azul, y 1 blanca. Tiramos un dado. Si sale par, tomamos una bola de la urna A, y si sale impar, tomamos una bola de la urna B.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener par y una bola azul?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 3 y una bola roja?

### Ejercicio nº 3.-

Se tiran sucesivamente dos monedas al aire. Si las dos monedas son cara, paramos el proceso. En caso contrario, volvemos al lanzar las dos monedas. El proceso termina si salen dos caras o si llegamos a la cuarta tirada.

Consideramos la variable aleatoria  $x$  = el proceso termina en la tirada  $i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

- Haz una tabla con las probabilidades.
- Calcula la media y la desviación típica.

### Ejercicio nº 4.-

Para cada una de las siguientes situaciones, indica si esta sigue una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica en ella los valores de  $n$  y  $p$ :

- Lanzamos cien veces un dado y nos preguntamos por el número de unos que obtenemos.
- Extraemos una carta de una baraja y vemos si es un as o no. Sin devolverla al mazo, extraemos otra y también miramos si se trata de un as o no, ... y así sucesivamente hasta diez veces.

### Ejercicio nº 5.-

Se sabe que el 30 % de la población de una determinada ciudad ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa:

- Más de 8.
  - Alguna de las 10.
- Halla la media y la desviación típica.

**Ejercicio nº 6.-**

El número de llamadas telefónicas por minuto recibidas en una empresa en un cierto intervalo de tiempo ha sido el siguiente:

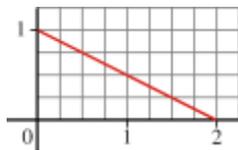
N.º de llamadas/minuto	0	1	2	3	4
Frecuencia	6	29	48	50	27

¿Se ajustan estos datos a una binomial?

**Unidad 10: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLE CONTINUA**

**Ejercicio nº 1.-**

La siguiente gráfica corresponde a la función de probabilidad de una variable continua,  $x$  :



a) Comprueba que es una función de densidad.

Calcula la probabilidad de que  $x$  :

b) Sea menor que 1.

c) Esté entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{2}$ .

**Ejercicio nº 2.-**

En una distribución  $N(0,1)$ , calcula las siguientes probabilidades:

a)  $P[z > 2,21]$

b)  $P[z > -1,25]$

c)  $P[-0,86 < z < 2,34]$

**Ejercicio nº 3.-**

El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal  $N(192, 12)$ . Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

a) Superior a 200 unidades.

b) Entre 180 y 220 unidades.

**Ejercicio nº 4.-**

En una distribución  $N(0, 1)$ , halla el valor de  $k$  en cada caso:

- a)  $P[z < k] = 0,9969$
- b)  $P[-k < z < k] = 0,985$

**Ejercicio nº 5.-**

Un examen de 100 preguntas admite como respuesta en cada una de ellas dos posibilidades, verdadero o falso. Si un alumno contesta al azar, calcula la probabilidad de que acierte más de 60 respuestas.

**Ejercicio nº 6.-**

a) Calcula el valor de  $m$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ mx & 0 \leq x \leq 3 \\ 4m & 3 < x < 5 \\ 0 & x \geq 5 \end{cases}$$

sea una función de densidad.

b) Obtén el valor de estas probabilidades:  $P[1 < x < 5]$  y  $P[x < 1]$

**Ejercicio nº 7.-**

El 15 % de los estudiantes de un instituto con mejor nota en inglés pueden realizar un intercambio a un país de habla inglesa. Las notas medias finales en inglés se distribuyen normalmente con media 6,5 y desviación típica 0,75. Calcula la nota media mínima que debe obtener un alumno que quiera irse de intercambio.